

ANÁLISIS DEL PERIODO Y LA AMPLITUD DE UN PÉNDULO DE MASA CONSTANTE Y UNO DE MASA VARIABLE

Martha Herrera, Fernando Rodríguez, Luis Ernesto Torrescano y Tricia Treviño.
Colegio Marymount.
Estrella del Norte #6 Col. Rancho Tetela, Fax: 311-42-77,
E-mail: colegio@marymount.edu.mx

RESUMEN

La segunda de las leyes del movimiento propuestas por Newton establece que la fuerza que actúa sobre un cuerpo es directamente proporcional al producto de su masa y su aceleración. La generalización de esta ley es útil en el caso en el cual la masa no es una constante. Se realizaron una serie de experimentos usando un péndulo que podía tanto mantener una masa constante como perderla. Fue posible determinar que existe una diferencia en la amplitud y en el periodo de las oscilaciones del péndulo de masa constante comparada con las del péndulo que perdía masa.

INTRODUCCION

La segunda ley de Newton establece que la fuerza que actúa sobre un cuerpo es directamente proporcional al producto de su masa por su aceleración. Esta fórmula simplificada no toma en cuenta el caso en el cual la masa no es una constante, sino una variable.¹ Newton tomó en cuenta el caso en el cual la masa es una variable para esto es la generalización de la segunda ley de Newton, la cual establece que la fuerza que actúa sobre un cuerpo es directamente proporcional al diferencial del producto de la masa por la velocidad entre el diferencial del tiempo.²

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

F= fuerza resultante
dp = diferencial de la cantidad de movimiento (masa por velocidad)
dt = Diferencial del tiempo

La generalización de la fórmula de la segunda ley de Newton es especialmente útil en los casos en los que la masa no es constante. Esta fórmula toma en cuenta la masa como una variable, a diferencia de la simplificada que toma la masa como un valor fijo. Esta generalización de la fórmula resulta especialmente útil en los casos de vehículos que al transcurrir el tiempo van consumiendo el combustible, por lo cual su masa va cambiando; como naves espaciales, aviones y barcos. En la escuela generalmente se enseña únicamente la fórmula simplificada, el objetivo de este proyecto fue demostrar un caso simple en el cual ésta no se podía aplicar.

ANTECEDENTES

El péndulo simple es un sistema oscilante que consta de una masa, sujeta por una varilla o cuerda que esta fijada en un eje de giro; cuando la masa y la longitud son constantes.³ Como se muestra en la siguiente figura.



Fig.1. Péndulo Simple

Galileo Galilei definió las leyes del péndulo simple (Fig.1). El estableció que el periodo no dependía de la masa o longitud del péndulo, en el caso de un ángulo pequeño⁴. El año en que murió Galileo, nació Newton, quien definió las leyes del movimiento. La segunda de estas leyes establece que siempre que una fuerza no equilibrada actúa sobre un cuerpo, en la dirección de la fuerza se produce una aceleración, que es directamente proporcional a la masa del cuerpo⁵. Esto se puede expresar como:

$$F=ma$$

F= fuerza resultante
M= masa
A= aceleración

Galileo Galilei realizó su experimento tomando en cuenta solamente una masa constante. Y midió los periodos del péndulo tomando como referencia su pulso.⁶ Nuestro experimento no sólo toma en cuenta las teorías de Newton y Galileo, sino que demuestra la diferencia entre el periodo y la amplitud de un péndulo de masa constante y uno de masa variable, utilizando nuevas tecnologías.

Materiales:

- Tabla de madera de 2.30m de largo
- Armella de 8mm de diámetro
- Embudo de plástico con capacidad de 2.100 Kg
- Apuntador láser con frecuencia de
- Arena de playa
- Báscula digital con precisión de miligramos
- Computadora HP modelo m390n
- Cartulina de cartón de 75X36cm
- Software de computadora:
- Adobe Premier Pro. 7.0
- Adobe Photoshop 7.0
- Microsoft Excel 2003
- Cable DV
- Taladro de 12 volts.
- Cámara de video digital-Canon Formato NTSC ZR25mc
- Corcholata de botella de refresco
- Cubeta de plástico con capacidad de 5 Kgs.
- Lápiz 2B
- Rejilla para colar arena

Metodología:

Se construyó un péndulo usando una tabla de madera de 2.30m de largo, una armella, un embudo y un apuntador láser. Para poder hacer esto primero se taladró la tabla de madera a la altura de 2.10mts haciendo un orificio. Al otro extremo de la tabla se montó el embudo, utilizando piezas de madera como se muestra en la figura:



Fig. 2 Foto del péndulo

Después, en el embudo se colocó el apuntador láser, como lo muestra la figura anterior. En el orificio inferior del embudo se colocó una corcholata de plástico con un orificio hecho con un taladro para poder regular la velocidad con la que el péndulo perdía de masa. A continuación en la cartulina de 75X36cm se hicieron divisiones cada 10 cm. como se ve en la figura siguiente.

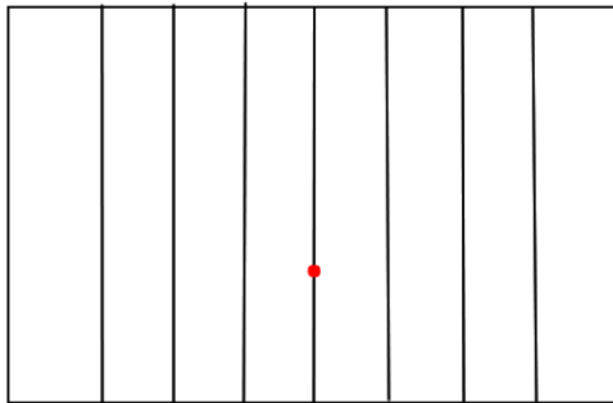


Fig. 3. Esquema de la cartulina

En la pared se hizo un hoyo donde se colgó el péndulo por medio de la armella por el orificio en la tabla a 2.10mts. En la pared se dibujó una raya donde estaba el punto inicial de cada experimento.

Para pesar la masa que iba perdiendo el péndulo se usó una báscula digital. Primero se coló la arena para que no tuviera imperfecciones que pudieran tapan el orificio de la corcholata y de este modo bloquear el flujo constante de la arena que tenía el embudo. La cubeta vacía se peso en la báscula digital. Descontando el peso de ésta se pesaron 2 Kg. de arena.

El experimento consistió en hacer oscilar el péndulo durante el tiempo en que perdía toda la masa de arena. Posteriormente se hacía oscilar con el orificio tapado para que no perdiera masa durante el mismo tiempo en que perdió la masa en el experimento anterior. El movimiento que el péndulo hacía fue reflejado por el apuntador láser en la cartulina colocada 2.30 mts. de distancia aproximadamente. Con la cámara de video se grabó el reflejo del láser en la cartulina, para posteriormente analizarlo en la computadora. Se realizó el experimento 4 veces en cada caso, 4 perdiendo masa y 4 con masa constante, siempre tomando de referencia la línea en la pared como la distancia inicial. A continuación se esquematiza el experimento.

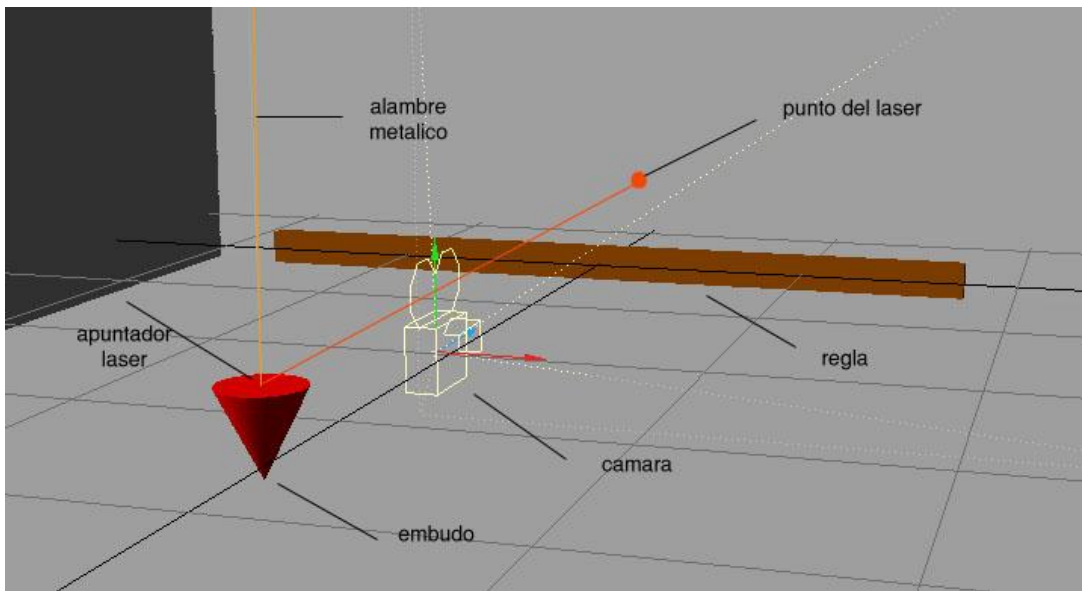


Fig. 4. Esquema del experimento

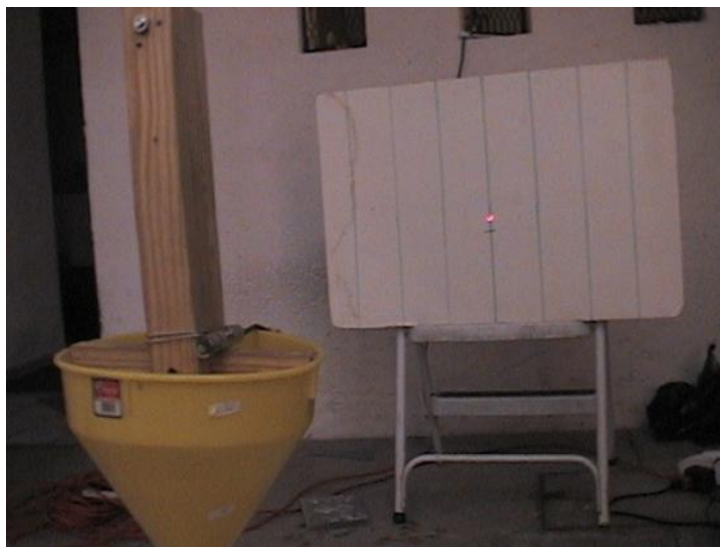


Fig. 5. Foto del péndulo con láser apuntando hacia el centro de la cartulina

La grabación fue transferida de la cámara a la computadora por medio de un cable DV. En la computadora se analizó la grabación con el programa Adobe Premier Pro. 7.0; cada 3 oscilaciones se tomaba una foto y el tiempo (periodo), en la distancia más alta que lograba alcanzar el péndulo. Se hizo esto con los ocho experimentos.

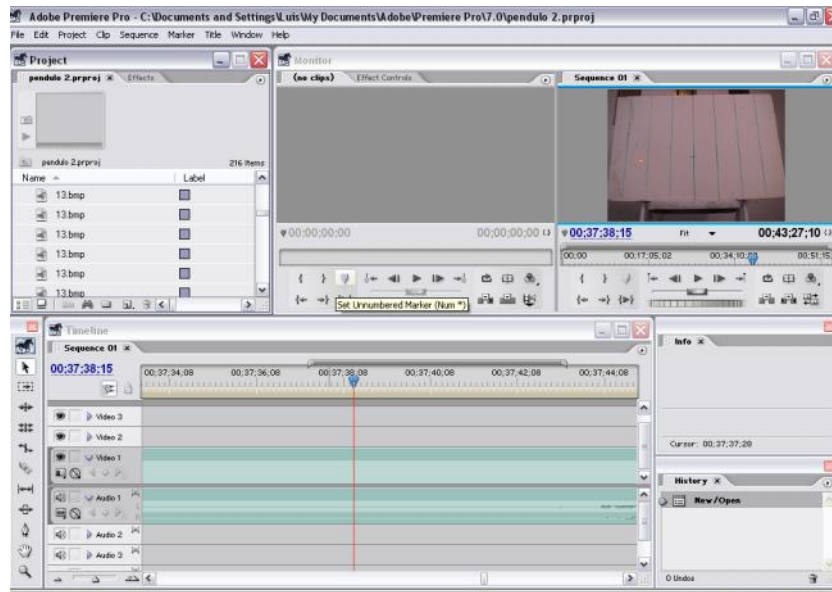


Fig. 6. Análisis de grabación por computadora programa Adobe premier pro. 7.0

Después con otro programa llamado Adobe Photoshop 7 se midió en cada foto la distancia (amplitud) que había del centro al punto de láser. Efectuamos esto con los 4 experimentos donde el péndulo perdía masa y los otros 4 donde el péndulo no perdía masa. Se sacó un promedio con los datos obtenidos de los 8 experimentos. Después con un programa llamado Microsoft Excel 2003 se hicieron gráficas con los promedios de la amplitud y el periodo del péndulo con masa constante y el de masa variable. Para poder hacer esto se le dieron valores positivos de distancia a los puntos del lado izquierdo y al derecho negativos. De esta manera se pudieron obtener gráficas de periodo contra amplitud.

Resultados

El péndulo el cual perdía masa, es decir su masa iba disminuyendo, tuvo una disminución más rápida en la amplitud de sus oscilaciones. Además de que también tuvo un período en el cual se compactó más. Todo esto fue observado en comparación con el péndulo de masa constante (Fig. 7). Esto demuestra que sí existe una diferencia entre los dos tipos de péndulos.

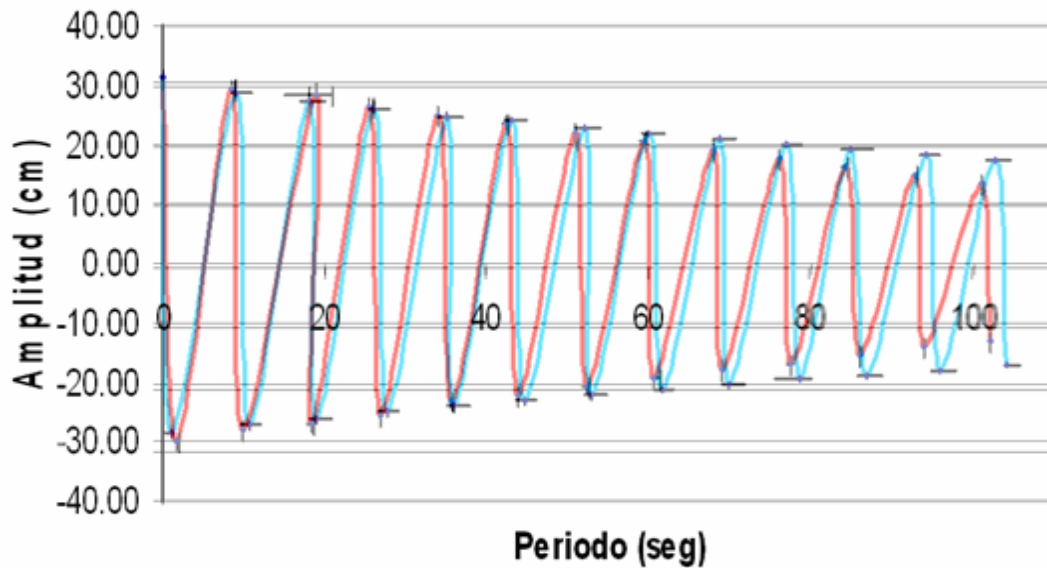


Fig. 7 Comparación de gráficas de relación entre amplitud y periodo. Péndulo de masa constante azul. Péndulo de masa no constante rojo.

Resultados del Péndulo con masa constante

Se puede observar que aproximadamente a la mitad del análisis del movimiento del péndulo, la disminución en la amplitud va disminuyendo hasta el momento en que se asemeja a un oscilador armónico, es decir que la amplitud permanece igual durante el movimiento. Algunas de las razones por las cuales no sea un oscilador armónico perfecto pueden ser debido a la fricción con el aire, y la fricción del eje con el péndulo. (Fig.8 a,c)

Dentro del periodo se puede observar que se mantiene uniforme durante todo el movimiento. (Fig.8,b). Esto es importante ya que se adhiere a las reglas del movimiento de un péndulo descritas por Galileo Galilei.

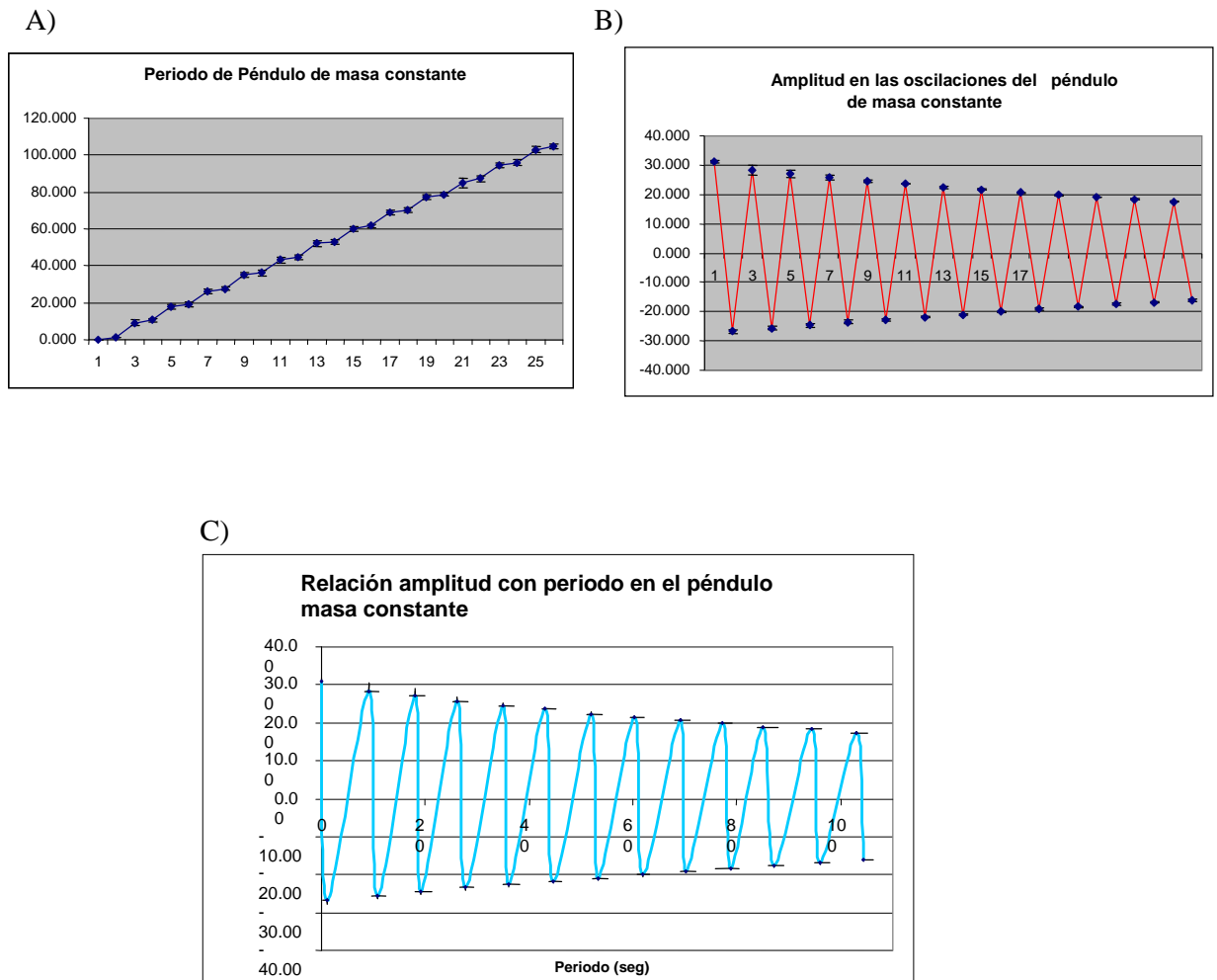


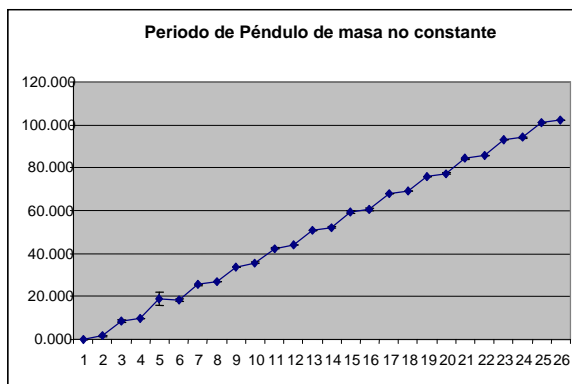
Fig. 8 Evaluación de la amplitud y el periodo del péndulo de masa constante, y grafica de relación entre las dos.

Péndulo de masa no constante disminuyendo.

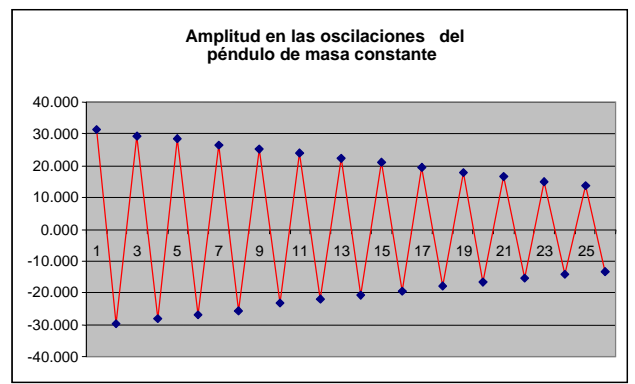
Se puede observar que la amplitud alcanzada en cada una de las oscilaciones, siempre disminuye, y parece que su tendencia es que siempre ira disminuyendo, (Fig 9 a,b). Puede existir cierta fricción con el aire y el eje, la cual afecte esto, sin embargo se debería poder apreciar cierto cambio en la tendencia.

Dentro del período se puede observar que se mantiene casi uniforme durante todo el movimiento. (Fig 9, b). Sin embargo este parece que se va compactando a medida que pasa el tiempo, por lo cual no se adhiere perfectamente a las leyes de Galileo Galilei.

A)



B)



C)

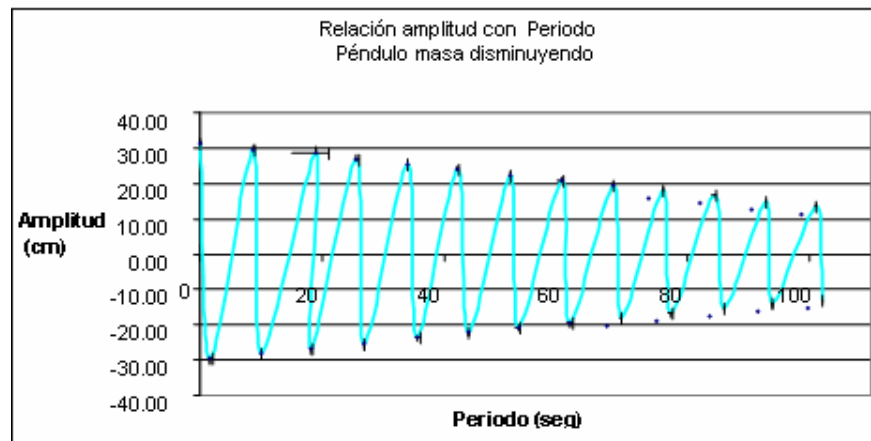


Fig. 9 Evaluación de la amplitud y el periodo del péndulo de masa no constante, y gráfica de relación entre las dos.

CONCLUSIONES

Se pudo demostrar que sí existe una diferencia tanto en la amplitud y periodo de los dos péndulos, el de masa constante y el de masa disminuyente. Debido a esto se llegó a la conclusión de que es verdad que la fórmula simple ($F=ma$) no serviría para el caso en el cual la masa es variable; en este caso en concreto cuando la masa disminuye. Por ello se llegó a la conclusión de que se debe de utilizar la generalización de la fórmula ($F=dp/dt$) ya que de esta manera sí se podría calcular el cambio en la fuerza del péndulo de masa no constante. Estos cambios son todavía más notorios cuando se superponen las gráficas de relación entre período y amplitud de los dos péndulos (Fig. 1)

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos profundamente a nuestro brillante asesor, el Dr. Luís Benet por sus acertadas aportaciones y la dirección que le dió al trabajo. También a nuestro profesor, Dr. Enrique Galindo, por su apoyo constante y sus críticas constructivas.

REFERENCIAS

¹ Érase una vez los inventores- Newton, El movimiento y la gravedad. Planeta de Agostin SA, José Manuel Lara, Antonio Cambredó, Ed. Este SA 1995, Barcelona. Pg 2.

² Física y Química, Enciclopedia Aula, Cultura SA, Madrid España 1994. Capitulo 5 (Isaac Newton) p. 41-50.

³ Péndulo, ecuaciones del movimiento (según Newton), Hristov, Alexander (2001), Ciencia.net, Consultado el 28 de mayo del 2007 en: [http://www.ciencia.net/VerArticulo/fisica/P%C3%A9ndulo,-ecuaciones-del-movimiento-\(seg%C3%BAAn-Newton\)?idArticulo=42](http://www.ciencia.net/VerArticulo/fisica/P%C3%A9ndulo,-ecuaciones-del-movimiento-(seg%C3%BAAn-Newton)?idArticulo=42)

⁴ De Arquímedes a Einstein, Lozano Leyva, Manuel, Editorial Debolsillo. 2007 México, p. 53-57. Capítulo 3 (Galileo, La caída de los cuerpos libres).

⁵ A Hombros de Gigantes: Las grandes obras de la Física y la Astronomía, Stephen Hawking, Editorial Crítica, Cuarta Edición. Febrero 2005 Barcelona, España, p. 193-248. Capítulo 4 (Libro 4).

⁶ Física: Conceptos y Aplicaciones, McGraw Hill, Tippens E. Paul, ed. 5, México 1996 p. 115, Capítulo 4

Anexo 1

PENDULO DE MASA CONSTANTE

PERIODO (seg)				
1.00	2.00	3.00	PROMEDIO	DEV EST
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.12	1.14	1.15	1.14	0.01
8.15	11.12	8.16	9.14	1.40
9.97	12.25	9.99	10.74	1.07
17.01	20.00	17.01	18.01	1.41
18.13	21.12	18.13	19.13	1.41
25.16	28.15	25.16	26.16	1.41
26.99	29.28	26.98	27.75	1.08
34.03	37.02	34.03	35.03	1.41
35.14	38.13	35.16	36.14	1.40
42.17	45.15	42.08	43.13	1.43
44.00	46.27	44.01	44.76	1.07
51.04	54.01	51.04	52.03	1.40
52.15	55.13	52.16	53.15	1.40
59.20	62.15	59.18	60.18	1.40
61.00	63.28	60.92	61.73	1.09
68.03	71.00	68.03	69.02	1.40
69.16	72.12	69.17	70.15	1.39
76.17	79.18	76.19	77.18	1.41
78.00	80.29	78.02	78.77	1.07
82.01	88.02	85.04	85.02	2.45
86.17	89.15	86.17	87.16	1.40
93.20	96.18	93.91	94.43	1.27
95.03	98.02	95.04	96.03	1.41
102.05	105.03	102.07	103.05	1.40
103.18	106.15	103.90	104.41	1.26

DISTANCIA DE CADA OSCILACION (cm)				
1.00	2.00	3.00	PROMEDIO	DEV EST
30.88	30.68	31.81	31.12	0.49
-25.89	-26.80	-27.59	-26.76	0.69
26.37	28.41	30.17	28.32	1.55
-24.87	-25.78	-26.18	-25.61	0.55
25.30	27.48	28.39	27.05	1.30
-23.99	-24.67	-25.30	-24.66	0.53
24.62	25.98	26.37	25.66	0.75
-22.78	-23.48	-24.19	-23.48	0.58
24.08	24.87	24.67	24.54	0.34
-22.10	-22.97	-22.89	-22.65	0.40
23.57	23.60	23.88	23.68	0.14
-21.27	-21.90	-22.18	-21.78	0.38
22.10	22.66	22.49	22.42	0.24
-20.48	-21.08	-21.27	-20.94	0.34
21.39	21.70	21.87	21.65	0.20
-19.69	-20.28	-20.20	-20.06	0.26
20.40	20.88	20.79	20.69	0.21
-18.58	-19.38	-19.38	-19.11	0.37
19.58	19.86	19.97	19.80	0.17
-18.02	-18.50	-18.58	-18.37	0.25
18.90	19.21	18.90	19.00	0.15
-17.00	-17.90	-17.79	-17.56	0.40
18.19	18.50	18.19	18.29	0.15
-16.40	-17.20	-16.88	-16.83	0.33
17.28	17.68	17.28	17.41	0.19
-15.75	-16.60	-15.89	-16.08	0.37

Anexo 2

PENDULO MASA NO CONSTANTE									
PERIODO (seg)					DISTANCIA DE CADA OSCILACION (cm)				
1.00	2.00	3.00	PROMEDIO	DEV EST	1.00	2.00	3.00	PROMEDIO	DEV EST
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	31.44	31.67	30.91	31.34	0.32
1.80	1.83	1.08	1.57	0.35	-30.28	-27.90	-30.88	-29.69	1.29
8.82	8.86	8.11	8.60	0.34	30.28	30.23	27.99	29.50	1.07
9.96	9.97	9.93	9.95	0.02	-28.90	-26.49	-29.09	-28.16	1.18
16.98	17.00	22.95	18.98	2.81	28.90	29.77	26.37	28.35	1.44
18.08	18.82	18.08	18.33	0.35	-27.39	-25.18	-27.79	-26.79	1.15
25.80	25.84	25.13	25.59	0.33	27.20	27.28	25.07	26.52	1.02
26.95	26.96	26.96	26.96	0.00	-26.09	-23.88	-26.37	-25.45	1.11
33.96	33.97	33.97	33.97	0.00	25.89	25.89	23.80	25.19	0.99
35.79	35.81	35.08	35.56	0.34	-24.39	-22.38	-23.17	-23.31	0.83
42.08	42.83	42.09	42.33	0.35	24.39	24.48	22.58	23.81	0.88
43.91	43.95	43.92	43.93	0.02	-23.29	-21.27	-21.90	-22.15	0.84
50.93	50.98	50.94	50.95	0.02	22.78	22.89	21.08	22.25	0.83
52.06	52.78	52.05	52.30	0.34	-21.78	-20.08	-20.40	-20.76	0.74
58.96	59.99	59.06	59.34	0.46	21.47	21.39	20.00	20.95	0.68
60.87	60.91	59.88	60.55	0.48	-20.59	-18.70	-19.09	-19.46	0.82
67.86	67.80	67.87	67.84	0.03	19.80	19.69	18.58	19.36	0.55
68.99	69.02	68.99	69.00	0.01	-19.09	-17.28	-17.68	-18.02	0.78
75.99	76.01	75.97	75.99	0.02	18.39	18.39	17.00	17.92	0.65
77.08	77.84	77.10	77.34	0.35	-18.19	-16.09	-16.09	-16.79	0.99
84.07	84.80	84.07	84.31	0.34	16.60	16.69	16.09	16.46	0.26
85.89	85.91	85.93	85.91	0.02	-15.98	-14.90	-14.90	-15.26	0.51
92.86	92.90	92.88	92.88	0.02	14.99	14.99	14.50	14.83	0.23
93.98	94.00	93.98	93.99	0.01	-15.16	-13.80	-13.40	-14.12	0.75
100.95	100.95	100.93	100.94	0.01	13.80	13.88	13.00	13.56	0.40
102.05	102.04	102.03	102.04	0.01	-13.94	-12.89	-12.89	-13.24	0.49